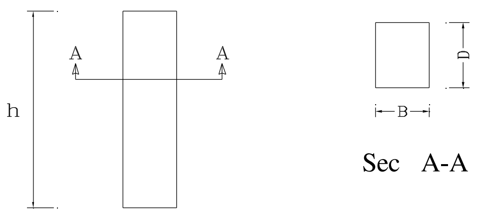
فصل ششم: ٦

آنالیز و طراحی ستون

- ☑ آنالیز و طراحی ستون
- ☑ نقش آرماتورهای طولی و عرضی در ستون
- ☑ ضوابط آئین نامه آبا برای ستونهای تنگدار و دورپیچ دار
- ☑ ستونهای کوتاه تحت اثر بار محوری (فشاری)
- ☑ مرکز پلاستیک
- ☑ ستونهای کوتاه تحت اثر نیروی محوری و ممان خمشی
- ☑ منحنی اثر متقابل فشار و خمش
- ☑ آنالیز و طراحی ستونها با استفاده از نمودارهای اثر متقابل فشار و خمش
- ☑ آنالیز و طراحی ستونها با توزیع آرماتور در محیط مقطع مستطیل شکل
- ☑ آنالیز و طراحی ستونها با مقاطع دایره ای شکل
- ☑ تخمین ابعاد مقطع ستون
- ☑ خمش دو محوره

آنالیز و طراحی ستون

ستون به عضوی اطلاق می‌شود که نسبت ارتفاع به بعد حداقل مقطع بزرگتر یا مساوی ۳ باشد.



شکل ۶–۱: نمایش یک ستون با ابعاد و ارتفاع آن

$$if \quad B < D$$

$$\frac{h}{B} \geq 3$$

نکته۱: ستونها عمدتاً تحت اثر بار محوری به همراه ممان خمشی بوده و بندرت فقط تحت تأثیر بار محوری تنها (خالص) قرار می گیرند.

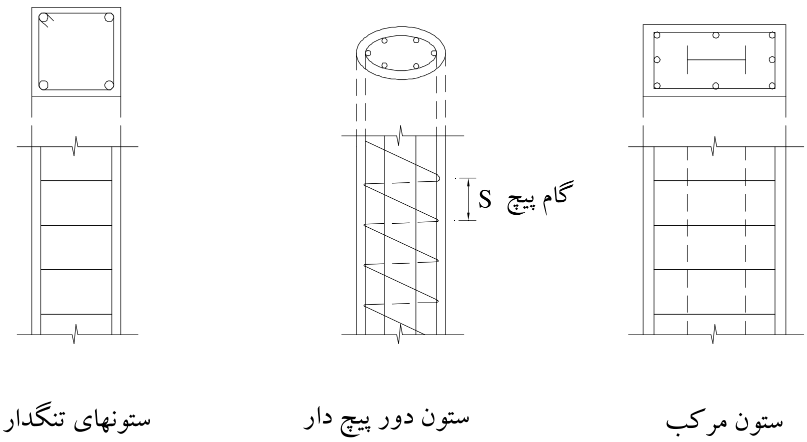
نکته۲: ستونهایی که نسبت ارتفاع به بعد آنها زیاد باشند ستون لاغر نامیده شده و کمانش در تخریب آنها موثر می گردد.

نکته۳: در ستونهایی که این نسبت کوچک باشد ستون چاق یا کوتاه نامیده می شود.

نکته٤: در ستونهای لاغر ممان وارده را افزایش می دهیم و ستون را همانند یک ستون کوتاه طراحی می کنیم.

ستونهای بتن مسلح شامل:

بتن+ میلگرد
- **میلگرد طولی**
- +
- **میلگرد عرضی**
  - **تنگ:** در ستونهای با مقطع مربع و مستطیل
  - **دورپیچ:** در ستونهای با مقطع دایره



شکل ۶–۲: نمایش انواع ستونها با مقاطع مختلف و میلگردهای عرضی به صورت تنگ و دورپیچ

نقش آرماتورهای طولی و عرضی در ستون:

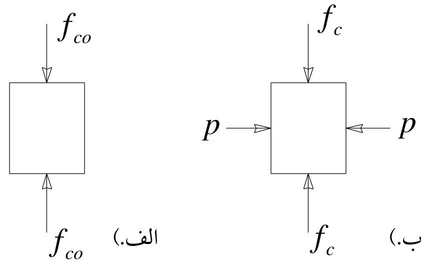
نقش آرماتورهای طولی: جهت مقاومت در برابر فشار و کشش بکار می روند.

نقش آرماتورهای عرضی:

۱. نگهداری آرماتورهای طولی در محل خود در هنگام بتن‌ریزی

۲. کم کردن طول آرماتور طولی

۳. مانع از انبساط جانبی بتن در هسته مرکزی

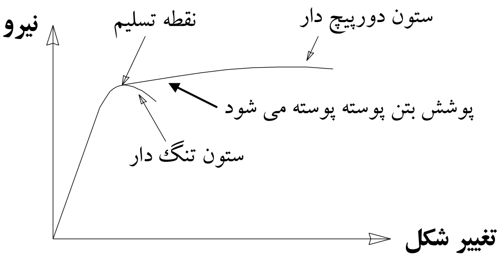


شکل ۶-۳: مقاومت فشاری نمونه در دو حالت

الف.) بدون محدودیت جانبی ب.) با محدودیت جانبی

$$f_c = f_{co} + 4.1p$$

۴. دور پیچ کردن خاصیت تغییر شکل پذیری بتن را افزایش می‌دهد.



شکل ۶-۴: نمودار نیرو - تغییر شکل دو ستون تنگدار و دورپیچ دار تحت اثر بارگذاری افزایشی

اختلاف ستون های دور پیچ دار با ستون های تنگ دار :

روش طراحی ستون های دور پیچ و ستون های تنگ دار یکی می باشد. چون $P_{r\max}$ هر دو آنها مساوی است. ولی در صورت استفاده از ستون های دور پیچ شکل پذیری ستون بیشتر شده و در اثر نیروهای جانبی زلزله، نیروهای کمتری در ستونها ایجاد می شود و همچنین در سازه های ویژه در مقابل زلزله استفاده از ستونهای دور پیچ الزامی بوده و مجاز به استفاده از ستونهای تنگدار نمی باشیم. اختلاف اساسی این ستونها از مرحله شکست به بعد می باشد.

رفتار ستونهای تنگ دار مطابق نمودار، تا قبل از رسیدن به نقطه تسلیم مشابه ستونهای دورپیچ است ولی پس از رسیدن به مقاومت نهایی از هم پاشیده شده و قابلیت تحمل تغییر شکلهای اضافی را ندارند و به طور ناگهانی می شکنند.

در ستونهای دورپیچ پس از رسیدن به مقاومت نهایی، فقط پوسته خارجی بتن از هم می پاشد و خاموتهای مارپیچ شروع به عمل دورگیری و محدود کردن بتن شکسته هسته مرکزی را نموده و به همین جهت ستون می تواند تغییر شکلهای بیشتری را تحمل کند.

ضوابط آئین نامه آبا برای ستونهای تنگدار و دورپیچ دار:

۱. تنگ با قطر حداقل $\frac{1}{3}$ قطر برای میلگردهای طولی نمره ۳۰ و کمتر بکار گرفته شود و قطر حداقل ۱۰ میلیمتر برای میلگردهای طولی نمره بالاتر، در هر حال نباید کمتر از ۶ میلیمتر باشد.

۲. فاصله تنگها باید برابر با کوچکترین مقدار زیر اختیار شود:

- قطر آرماتور طولی× ۱۶
- قطر تنگ × ۴۸
- کوچکترین بعد مقطع ستون
- ۳۰۰ mm

نکته: برای شکل پذیری های متوسط و زیاد مقادیر فوق کمتر می گردد.

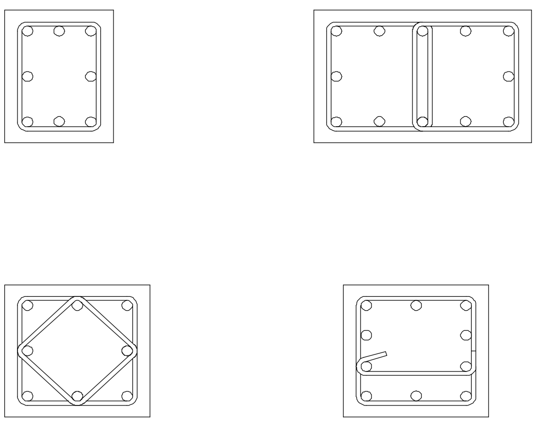
۳. حداقل تعداد میلگردهای طولی در مواردی که ستونهای مستطیلی تنگدار استفاده می شود (۴ عدد) و در مورد ستونهای دایره ای با دور پیچ ۶ عدد است.

۴. قطر حداقل دور پیچ ۶ میلیمتر است.

۵. فاصله آزاد دور پیچ حداقل ۲/۵ و حداکثر ۷/۵ سانتیمتر است.

توجه۱:
توصیه می شود که فاصله تنگها در دو انتهای ستون در طولی برابر:
$\frac{1}{6}$ طول ستون یا بزرگترین بعد مقطع ستون و یا ۵۰۰ میلیمتر (هر کدام که بزرگترند) از نصف مقادیر مقرر شده توسط آئین نامه بیشتر نباشد.

توجه۲:
تنگها باید طوری قرار گیرند که تمام آرماتورهای طولی کناری و ما بقیه آرماتورها را بصورت یک در میان در گوشه ها در بر گیرند.



شکل ۶-۵: نحوه قرارگیری تنگها و احاطه کردن میلگردهای طولی به صورت یک در میان در گوشه ها

۶. سطح مقطع آرماتورهای طولی نباید از ۰/۸٪ سطح مقطع ستون کمتر و از ۸٪ سطح مقطع آن بیشتر باشد.

- **حد پائین به منظور جلوگیری از شکست ناگهانی**
- **حد بالا به علت مشکلات اجرایی و حفظ فاصله بین آرماتورهای طولی**

نکته: در مناطق زلزله خیز حداکثر سطح مقطع آرماتورهای طولی به ٤٪ محدود می شود.

۷. در ستونهای تنگدار و یا دور پیچ دار حداقل فاصله آزاد آرماتورهای طولی (S) برابر بزرگترین دو مقدار زیر است:

- $S \geq 1.5 d_b$
- $S \geq 4 \quad cm$

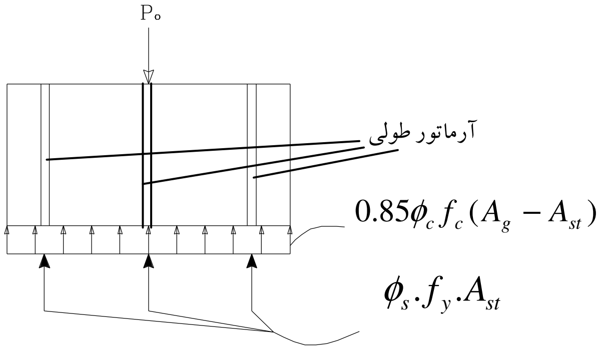
ستونهای کوتاه تحت اثر بار محوری (فشاری)

طراحی این ستونها بر مبنای مقاومت نهائی است که در آن مقاومت نهایی ستون تابع

۱ـ مقاومت تسلیم فولاد

۲ـ مقاومت فشاری بتن

می باشد.



شکل ۶-۶: برش طولی یک ستون کوتاه تحت نیروی محوری خالص

$$P_{ro} = \underbrace{0.85\ \phi_c . f_c\ .(A_g - A_{st})}_{\text{سهم بتن}} + \underbrace{\phi_s . f_y . A_{st}}_{\text{سهم فولاد}} \qquad (۱-٦)$$

نکته ۱: ضریب ۰/۸۵ در رابطه بالا به دلایل زیر ضرب شده است:

۱- **مقاومت فشاری که برای بتن در نظر می گیریم مقاومت نمونه های استاندارد بتن است و هرچقدر قطر نمونه زیادتر شود پراکندگی بتن بیشتر است.**

۲- **سرعت بارگذاری هر چه کمتر باشد خزش بیشتر است.**

نکته ۲:

با توجه به خروج از مرکزیت اتفاقی در اثر ساخت و خارج از محور بودن تکیه گاه طبق آبا:

$$P_{r\max} = 0.8 P_{ro}$$

برای ستونهای تنگدار و دورپیچ:

$$P_{r\max} = 0.8 \times \left[0.85 \times \phi_c . f_c \left(A_g - A_{st}\right) + \phi_s . f_y . A_{st}\right] \qquad (۲\text{-}۶)$$

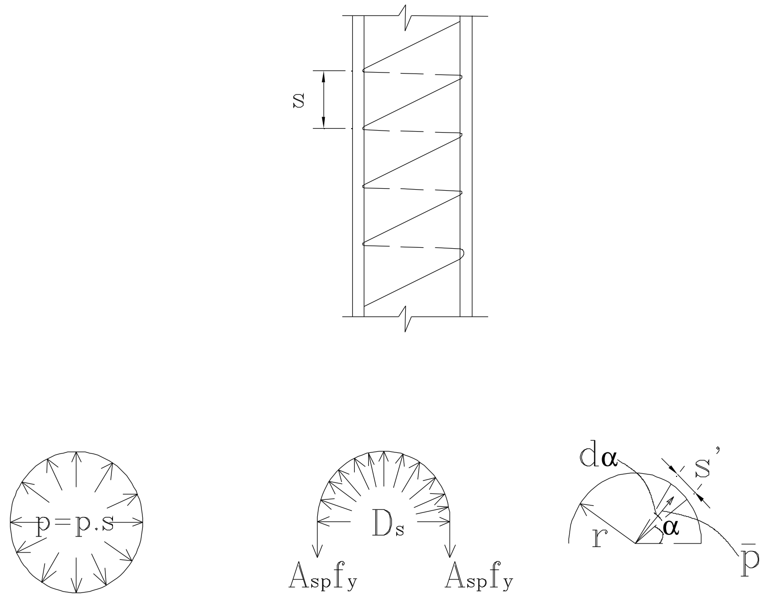
که باید

$$P_u \leq P_{r\max}$$

P_u: بار محوری ضریبدار ستون

$$\mathrm{P_u} \leq 0.8\mathrm{P_{ro}}$$

توجه : در مورد ستونهای دورپیچ مقاومت ستون بیشتر از آنچه در فرمول فوق نشان داده شده، می‌باشد.



شکل ۶-۷: ستون با مقطع دایره ای و آرماتورهای دورپیچ و تنشهای ناشی از احاطه کردن آرماتورهای دورپیچ

فرض می‌کنیم که در اثر فشار جانبی بتن، فولاد دورپیچ بحد جاری شدن برسد.

$$\sum F_y = 0$$

$$2A_{sp}.f_y = 2\int_0^{\pi/2} (\bar{P}.S').\sin\alpha$$

$$2A_{sp}.f_y = 2\int_0^{\pi/2} P.S.(r.d\alpha).\sin\alpha$$

$$= 2P.r.S\int_0^{\pi/2} \sin\alpha.d\alpha$$

$$2A_{sp}.f_y = 2P.r.S \qquad ,2r = D_c$$

D_c: قطر بتن هسته مرکزی

A_{sp}: سطح مقطع دور پیچ

$$P = \frac{2A_{sp}.f_y}{S.D_c} = \frac{2A_{sp}.(\pi.D_c).f_y}{4S.\dfrac{\pi.D_c^2}{4}}$$

$$P = \frac{V_{sp}.f_y}{2V_c} = \frac{1}{2} \times \frac{V_{sp}}{V_c}.f_y$$

V_{sp}: حجم میلگرد دور پیچ در یک حلقه

V_c: حجم بتن هسته مرکزی

$$\rho_s = \frac{V_{sp}}{V_c} \qquad (۳-۶)$$

$$P = \frac{1}{2}\rho_s . f_y$$

با در نظر گرفتن ازدیاد مقاومت بتن در اثر فشار جانبی

$$f_c' = f_{co} + 4.1P \qquad , P = \frac{1}{2}\rho_s . f_y$$

$$f_c' = 0.85 f_c + 2.05 \rho_s . f_y \qquad (۴-۶)$$

توجه: در اثر دور پیچ اضافه مقاومتی برابر $2.05\rho_s . f_y$ در بتن دورپیچ شده بوجود می‌آید.

حداقل درصد میلگرد دور پیچ براساس آئین‌نامه آبا:

نکته: مقدار دور پیچ باید به اندازه‌ای باشد که ازدیاد مقاومت در بتن جبران کم شدن مقطع در اثر از بین رفتن پوشش بتنی را بنماید.

$\overline{A}_c = A_g - A_c \longrightarrow$ سطح مقطع بتن در هسته مرکزی

سطح پوشش بتنی خارجی ستون

سطح مقطع ستون بدون در نظرگرفتن میلگردهای طولی

کم شدن مقاومت ستون در اثر از بین رفتن پوشش سطحی

$$\Delta P = \overline{A}_c (0.85 f_c) = 0.85 f_c (A_g - A_c)$$

از طرفی ازدیاد مقاومت بتن در اثر دور پیچ

$$\Delta P' = 2.05 \rho_s . f_y . A_c$$

$$\Delta P = \Delta P'$$

$$0.85 f_c .(A_g - A_c) = 2.05 \rho_s . f_y . A_c$$

$$\rho_s = 0.415 \frac{(A_g - A_c). f_c}{A_c . f_y} \qquad (۵-۶)$$

که آئین‌نامه رابطه بالا را به صورت زیر مقرر می‌دارد:

$$\rho_s = 0.45 \times \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) . \frac{f_c}{f_y} \qquad (۶-۶)$$

ρ_s: حداقل مقدار میلگرد دور پیچ

$$\rho_s = \frac{V_{sp}}{V_c} = \frac{A_{sp}.\pi.D_c}{\frac{\pi.D_c^2}{4}.S}$$

$$\rho_s = \frac{4A_{sp}.(D_c)}{S.D_c^2}$$

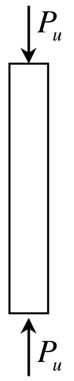
$$\rho_s = \frac{4A_{sp}}{S.D_c} \quad \Rightarrow \quad S = \frac{4A_{sp}}{\rho_s.D_c} \qquad (۷-۶)$$

که مقدار S مطابق آبا به مقادیر زیر محدود می شود:

$$25\,mm \le S \le 75\,mm \qquad (۸-۶)$$

مثال :

مطلوب است اولاً: تعیین ابعاد مقطع ستون مستطیل شکل زیر ثانیاً : تعیین میلگردهای طولی و عرضی



$$P_L = 800\ KN$$
$$P_D = 600\ KN$$
$$f_c = 28\ N/mm^2$$
$$f_y = 420\ N/mm^2$$

حل:

$$P_u = 1.25P_{DL} + 1.5P_{LL}$$
$$P_u = 1.25(600) + 1.5(800) = 1950KN$$

فرض می کنیم:

$$A_{st} = 0.02Ag \begin{cases} Min = 0.008Ag \\ Max = 0.08Ag \end{cases}$$

$$P_u = 0.8[0.85\phi_c.f_c.(Ag - A_{st}) + \phi_s.f_y.A_{st}]$$
$$1950\times10^3 = 0.8\times[0.85\times0.6\times28\times(Ag - 0.02Ag) + 0.85\times420\times0.02Ag]$$
$$1950\times10^3 = 16.91Ag \quad \Rightarrow \quad Ag = 115333\ mm^2$$
$$\sqrt{Ag} = 340\ mm$$
$$use \quad 350\,mm\times350\,mm \quad Ag = 122500\ mm^2$$

$$P_u = 0.8 \times \left[0.85\phi_c . f_c .(Ag - A_{st}) + A_{st} .\phi_s . f_y\right]$$
$$P_u = 0.8 \times \left[0.85 \times 0.6 \times 28 \times (122500 - A_{st}) + A_{st} \times 0.85 \times 420\right]$$
$$P_u = 1950 \times 10^3$$
$$A_{st} = 2008 \ mm^2 \qquad use\ 8\phi 18 \Rightarrow \qquad A_{st} = 2040 \ mm^2$$
$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g} = \frac{2040}{122500} = 0.017 = 1.7\%$$
$$1\% \le \rho \le 8\%$$

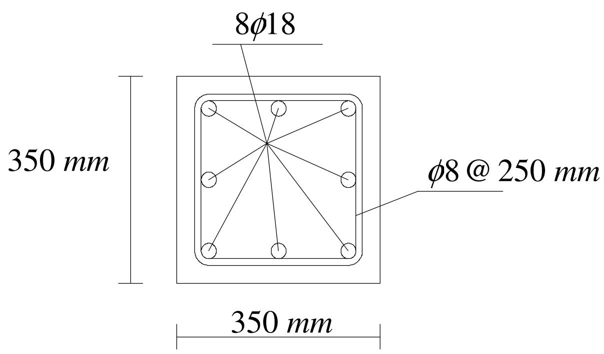
طراحی تنگ:

$$\frac{1}{3} \times (18) = 6\ mm$$

برای تنگ از $\phi 8$ استفاده می کنیم.

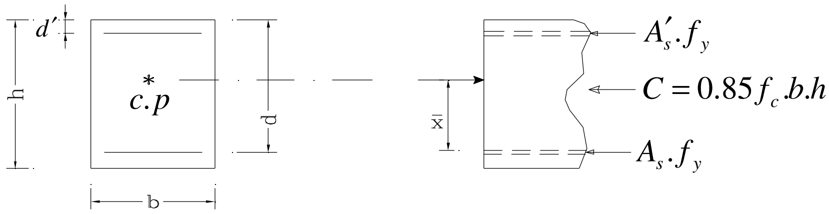
- ۲۸۸= قطر آرماتور طولی× ۱۶
- ۳۸۴= قطر تنگ × ۴۸
- ۳۵۰= کوچکترین بعد مقطع ستون
- ۳۰۰ mm

فاصله تنگها را برابر ۲۵۰ میلیمتر انتخاب می کنیم.که در دو انتهای ستون مقدار آن نصف می گردد.



مرکز پلاستیک

مرکز ثقل نیروهای مقطع در حد نهایی و یا در حد پلاستیک شدن فولاد و بتن را **مرکز پلاستیک** می نامند.



شکل ۶-۸: نمایش یک مقطع مستطیلی و مرکز پلاستیک آن

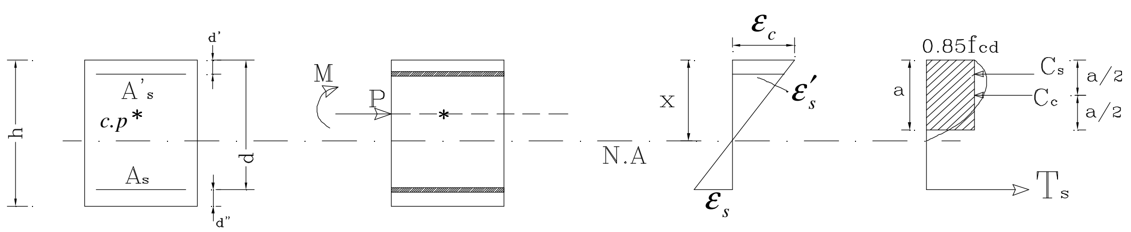
با ممانگیری نسبت به مرکز فولاد As، $\bar{x}$ بدست می‌آید.

$$\bar{x} = \frac{0.85 f_c.b.h.\left(\dfrac{d-d'}{2}\right) + A'_s.f_y.(d-d')}{0.85 f_c.b.h + A_s.f_y + A'_s.f_y} \qquad (۶-۹)$$

نکته: در صورتیکه $A_s = A'_s$ باشد مرکز ثقل پلاستیک (مرکز پلاستیک) بر مرکز سطح مقطع، منطبق می‌باشد.

ستونهای کوتاه تحت اثر نیروی محوری و ممان خمشی

ستون با مقطع مستطیل

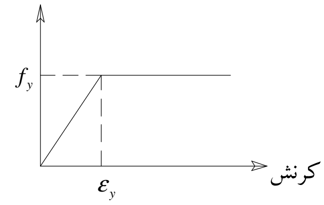


در تحلیل این مقاطع نکات زیر در نظر گرفته می شود:

نکته۱: به جای ممان M می توان نیروی P را با خروج از مرکزیت e نسبت به مرکز پلاستیک در نظر گرفت.

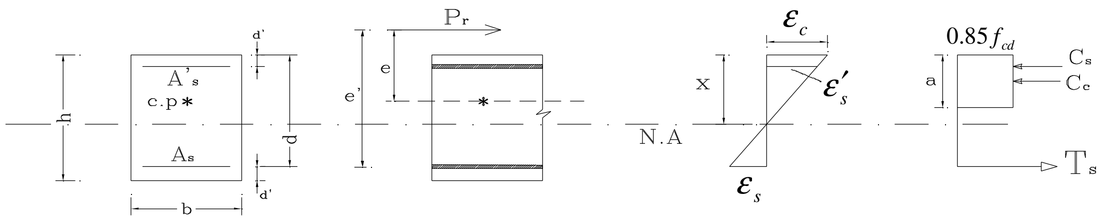
نکته۲: حد نهایی کرنشی که بتن تحمل می‌کند برابر با 0.003 است.

نکته۳: نمودار تنش ـ کرنش فولاد با رفتار الاستو پلاستیک در نظر گرفته می شود.



نکته٤: از مقاومت کششی بتن صرفنظر می‌شود.

نکته٥: در ناحیه فشاری، بجای توزیع تنش غیرخطی واقعی، می‌توان توزیع تنش در بتن را به صورت توزیع تنش یکنواخت (بلوک تنش) بکار گرفت.



$c.p$: مرکز پلاستیک

e: فاصله نقطه اثر P_r تا مرکز پلاستیک

e': فاصله نقطه اثر P_r تا مرکز فولاد کششی

$$C_c = 0.85 f_{cd} ab \qquad (۱۰-٦)$$

$$C_s = A'_s.\phi_s.f'_s \qquad (۱۱-٦)$$

$$T_s = A_s.\phi_s.f_s \qquad (۱۲-٦)$$

در بالا از کاهش سطح مقطع بتن در اثر وجود آرماتورهای فشاری صرفنظر شده است.
در صورتیکه بخواهیم این موارد را در نظر بگیریم:

$$C_s = A'_s.(\phi_s.f'_s - 0.85 f'_{cd}) \qquad (۱۳-٦)$$

C و C_s و T_s را می‌توان به P_r و e به کمک

۱ـ روابط تعادل
$$\sum F_x = 0$$
$$\sum M = 0$$

۲ـ دیاگرام توزیع کرنش که تا مرحله گسیختگی خطی می‌باشد، ربط داد.

با توجه به دیاگرام کرنش می توان نوشت:

$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon'_s} = \frac{x}{x-d'} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon'_s = \frac{x-d'}{x}\varepsilon_c \quad \Rightarrow \quad \varepsilon'_s = \frac{x-d'}{x}\times(0.003) \qquad (۱٤-٦)$$

$$f'_s = E.\varepsilon'_s = \frac{x-d'}{x}(0.003)\times 2\times 10^5$$

$$f'_s = 600(\frac{x-d'}{x}) \qquad (۱٥-٦)$$

همچنین

$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s}=\frac{x}{d-x}\Rightarrow \varepsilon_s=\frac{d-x}{x}\varepsilon_c \Rightarrow \varepsilon_s=\frac{d-x}{x}(0.003) \qquad (۱۶-۶)$$

$$f_s=E.\varepsilon_s=\frac{d-x}{x}(0.003)\times 2\times 10^5$$

$$f_s=600(\frac{d-x}{x}) \qquad (۱۷-۶)$$

نکته۱: تسلیم شدن f_s , f_s' بستگی به خروج از مرکزیت بار و مقدار f_y , f_c دارد.

نکته۲: برای هر مقطع با ابعاد و مشخصات مکانیکی داده شده یک خروج از مرکزیت خاصی وجود دارد، بطوریکه اگر نیرو با آن خروج از مرکزیت اعمال شود گسیختگی بطور همزمان با تسلیم شدن فولاد کششی و له شدن بتن انجام می‌گیرد. به عبارت دیگر بطور همزمان کرنش فشاری در دورترین تار بتن به 0.003 و کرنش فولاد کششی به تسلیم می‌رسد. در این حالت وضعیت فولاد فشاری مشخص نیست و باید کنترل شود که تسلیم شده یا نه!

$$\varepsilon_c=0.003$$
$$\varepsilon_s=\varepsilon_y$$
$$f_s=f_y$$

(با بدست آوردن کرنشها و تنشها و مقایسه آنها با تنش و کرنش تسلیم، باید کنترل شودکه آیا $f_s'=f_y$.یا نه!)

این حالت خاص را، **شرایط متعادل** می‌نامند که مرز بین دو ناحیه **کنترل فشار** و **کنترل کشش** می‌باشد.

تعریف ناحیه کنترل کشش وکنترل فشار:

۱) برای خروج از مرکزیت‌های کوچک، بتن در فشار له‌شده و گسیخته می‌شود. درحالیکه فولاد کششی به مقاومت تسلیم نرسیده، فولاد فشاری دراین حالت ممکن است تسلیم شده باشد یا خیر.

$$f_s<f_y$$

$$f_s=600\frac{d-x}{x}$$

$$f_s'=600\frac{x-d'}{x} \quad \leftarrow$$ تسلیم شدن آن باید کنترل شود

۲) برای خروج از مرکزیت‌های بزرگ ابتدا گسیختگی با تسلیم شدن فولاد کششی آغاز و به دنبال آن محور خنثی به سمت ناحیۀ فشاری پیشروی نموده تا اینکه منجر به خرد شدن بتن به عنوان گسیختگی فشاری ثانویه گردد. در این حالت فولاد کششی ابتدا تسلیم می‌شود.

$$f_s=f_y$$

$$f_s'=600\frac{x-d'}{x} \quad \leftarrow$$ تسلیم شدن آن باید کنترل شود

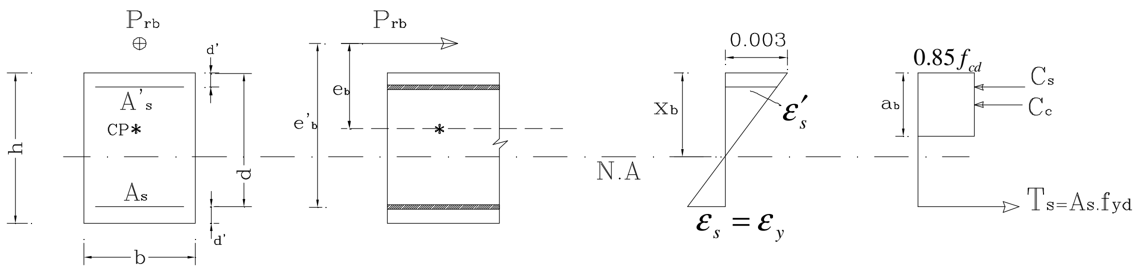
نکته: در کلیه تحلیل های زیر $A'_s = A_s$ در نظر گرفته می شود لذا مقطع متقارن (که غالباً در عمل نیز چنین مـی‌باشـد) و مرکز پلاستیک بر مرکز سطح مقطع، منطبق می باشد.

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{A'_s}{bd}$$

بررسی وضعیت گسیختگی یک مقطع مستطیلی:

در این قسمت مقطع در سه حالت که امکان گسیختگی وجود دارد یعنی حالت گسیختگی متعادل، گسیختگی در ناحیه کنترل کشش و گسیختگی در ناحیه کنترل فشار مورد بررسی قرار می گیرد و در تحلیل یک مقطع با توجه به شرایط و نوع گسیختگی از روابط بدست آمده برای آن حالت استفاده می گردد.

۱ـ حالت گسیختگی متعادل



از دیاگرام توزیع کرنش و تشابه مثلثها:

$$\frac{0.003}{x_b} = \frac{0.003 + \varepsilon_y}{d}$$

$$x_b = \frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_y}.d \quad \Rightarrow \quad x_b = \frac{600}{f_y + 600}.d \qquad (۱۸-۶)$$

از رابط تعادل $\sum F_x = 0$ می‌توان P_{rb} را بدست آورد.

$$\sum F_x = 0$$
$$P_{rb} = C_c + C_s - T_s$$

$$P_{rb} = 0.85 f_{cd}.a_b.b + A_s.\phi_s.f'_s - A_s.\phi_s.f_y \qquad (۱۹-۶)$$

از دیاگرام توزیع کرنش و تشابه مثلثها :

$$f'_s = 600 \frac{x_b - d'}{x_b}$$

در صورتیکه فولاد فشاری تسلیم شده باشد یعنی $f'_s \ge f_y$ باید $f'_s = f_y$ لحاظ گردد.

در رابطه بالا $a_b = \beta_1.x_b$

$$f_c \leq 28 \quad N/mm^2 \Rightarrow \beta_1 = 0.85$$

به کمک رابطه تعادل ممان نسبت به مرکز پلاستیک می توان نوشت:

$$\sum M_{c.p} = 0$$

$$P_{rb}.e_b = c_c.(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}) + c_s.(\frac{h}{2} - d') + T_s.(\frac{h}{2} - d') \qquad (۶-۲۰)$$

با معلوم بودن P_{rb} از رابطه بالا می‌توان e_b را بدست آورد.

توجه : در روابط بالا از کاهش سطح مقطع بتن در اثر وجود آرماتور فشاری صرفنظر شده که اگر بخواهیم آن را در نظر بگیریم

$$C_s = A'_s.(f_{sd} - 0.85 f_{cd})$$

۲- گسیختگی مقطع در ناحیه کنترل فشار (له شدن بتن)

زمانیکه خروج از مرکزیت بار از خروج از مرکزیت حالت بالانس کمتر باشد قبل از اینکه فولاد کششی به حد جای شدن برسد بتن در فشار له شده و گسیختگی بوقوع می پیوندد.

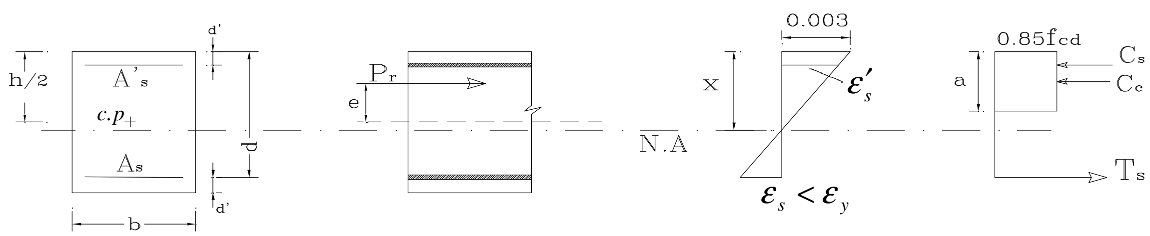
$$e < e_b$$

$$f_s < f_y$$

$$f'_s = f_y \leftarrow$$ باید کنترل شود.

ممکن است فولاد فشاری تسلیم نشده باشد که در آن صورت $$f'_s = 600\frac{x - d'}{x}$$

برای تعیین مقاومت مقطع، از رابطه خطی تغییرات کرنش و روابط تعادل کمک می‌گیریم.



$$C_c = 0.85 f_{cd}.a.b$$

$$a = \beta_1.x$$

$$C_c = 0.85\beta_1.f_{cd}.x.b$$

$$C_s = A_s.\phi_s.f_y \qquad (f'_s = f_y$$ باید بعداً کنترل شود)

$$T_s = A_s.\phi_s.f_s = A_s.\phi_s \times 600(\frac{d-x}{x})$$

$$\sum F_x = 0$$

$$C_c + C_s - T_s = P_r$$

$$0.85 f_{cd}.\beta_1.x.b + A_s.f_{yd} - A_s.\phi_s \times \left(600\left(\frac{d-x}{x}\right)\right) = P_r \qquad (۲۱-۶)$$

که x را می توان به کمک رابطه تعادل ممان بدست آورد. با ممان گیری نسبت به محل اثر P_r

$$\sum M_{p_r} = 0$$

$$C_c.\left[e-\left(\frac{h}{2}-\frac{a}{2}\right)\right] - C_s.\left(\frac{h}{2}-d'-e\right) - T_s.\left(\frac{h}{2}-d'+e\right) = 0 \qquad (۲۲-۶)$$

$$C_c = 0.85\beta_1.f_{cd}.x.b$$

$$C_s = A_s.f_{yd} \qquad or \qquad C_s = A_s.(f_{yd} - 0.85 f_{cd})$$

$$T_s = A_s.\phi_s \times 600\left(\frac{d-x}{x}\right) \qquad (۲۳-۶)$$

از رابطه بالا که یک معادله درجه ۳ می‌باشد x بدست می آید. سپس $f_s' = f_y$ کنترل می شود و با توجه به آن می توان P_r را از رابطه زیر بدست آورد.

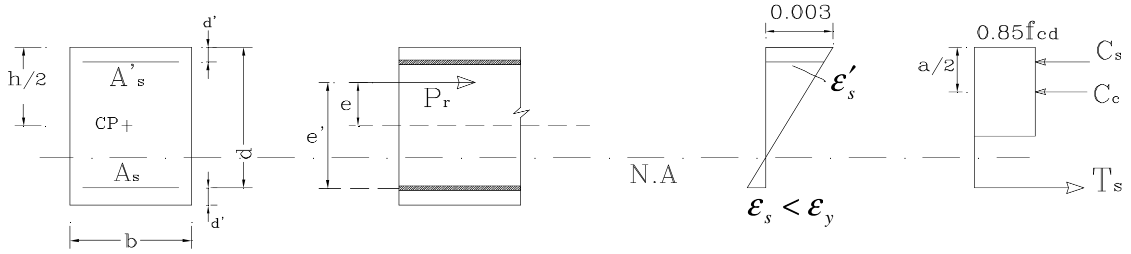
$$C_c + C_s - T_s = P_r$$

رابطه ویتنی

با توجه به اینکه تحلیل مقطع از روش ارائه شده در بالا کمی دشوار و پیچیده است ویتنی با در نظر گرفتن فرضیاتی به صورت زیر روابط را ساده تر کرد.

- فرض a = 0.54 d
- از سطح بتن جابجا شده توسط فولاد صرفنظر کرد.

اگر چه مقادیر بدست آمده از این روش تقریبی هستند ولی با نتایج دقیق همخوانی خوبی دارند.



$$\sum M_{T_s} = 0$$

$$P_r.(e+\frac{d-d'}{2}) = C_c.(d-\frac{a}{2}) + C_s.(d-d')$$

$$C_c = 0.85 f_{cd}.a.b = 0.85 f_{cd}.(0.54d).(b) = 0.459 f_{cd}.b.d$$

$$C_c.(d-\frac{a}{2}) = 0.459 f_{cd}.b.d(d-\frac{0.54d}{2}) = \frac{1}{3} f_{cd}.b.d^2$$

$$C_s = A_s.f_{yd}$$

f_s ممکن است کوچکتر از f_y باشد ولی معمولاً در مقاومت نهایی به حالت تسلیم می‌رسد.

$$P_r(e+\frac{d-d'}{2}) = \frac{1}{3} f_{cd}.b.d^2 + A_s.f_{yd}.(d-d')$$

$$P_r = \frac{1/3 f_{cd}.b.d^2}{e+\frac{1}{2}(d-d')} + \frac{A_s.f_{yd}.(d-d')}{e+\frac{1}{2}(d-d')}$$

در رابطه فوق صورت و مخرج کسر اول در $\frac{h}{d^2}$ و در کسر دوم صورت و مخرج در $\frac{1}{(d-d')}$ ضرب می‌شود.

$$P_r = \frac{f_{cd}.b.h}{\frac{3h.e}{d^2} + \frac{3(d-d').h}{2d^2}} + \frac{A_s.f_{yd}}{\frac{e}{d-d'} + \frac{1}{2}}$$

می‌دانیم به ازاء $e=0$ مقدار $P_r = P_{ro}$

$$P_r = P_{r0} = 0.85 f_{cd}.b.h + 2A_s.f_{yd}$$

با استفاده از رابطه اخیر و رابطه بالا برای P_r و جایگزین نمودن $e=0$ نتیجه می‌شود:

$$P_{ro} = \frac{f_{cd}.b.h}{\frac{3(d-d').h}{2d^2}} + 2A_s.f_{yd}$$

$$\underbrace{P_{ro} - 2A_s.f_{yd}}_{0.85 f_{cd}.b.h} = \frac{f_{cd}.b.h}{\frac{3(d-d').h}{2d^2}}$$

$$0.85 f_{cd}.b.h = \frac{f_{cd}.b.h}{\frac{3(d-d').h}{2d^2}}$$

$$\frac{3(d-d').h}{2d^2} = \frac{1}{0.85} = 1.18$$

بنابراین رابطه P_r بصورت زیر بدست می‌آید:

$$P_r = \frac{b.h.f_{cd}}{\frac{3h.e}{d^2} + 1.18} + \frac{A_s.f_{yd}}{\frac{e}{d-d'} + 0.5}$$

رابطه تقریبی ویتنی (۲٤-٦)

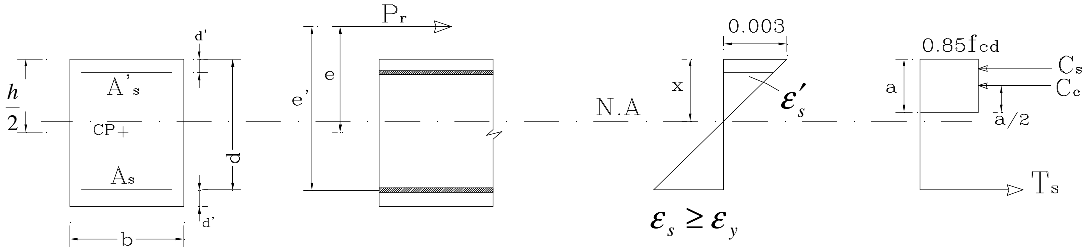
۳ـ گسیختگی مقطع در ناحیه کنترل کشش (تسلیم شدن فولاد کششی)

در این حالت خروج از مرکزیت نیرو از خروج از مرکزیت حالت متعادل بیشتر بوده و سبب می شود که ابتدا فولاد کششی به حد جاری شدن و سپس کرنش در بتن به حد ۰/۰۰۳ برسد. یعنی:

$$e > e_b$$
$$f_s = f_y$$
$$f'_s = f_y$$

که اگر $f'_s < f_y$ باشد در اینصورت:

$$f'_s = 600\left(\frac{x-d'}{x}\right)$$



$$F_x = 0 \Rightarrow P_r = C_c + C_s - T_s$$
$$C_c = 0.85\, f_{cd} .\beta_1 .x.b$$
$$T_s = A_s .f_{yd}$$
$$C_s = A_s .(f_{yd} - 0.85\, f_{cd})$$

که $f'_s = f_y$ بعداً باید کنترل شود.

$$T_s = A_s .f_{yd}$$
$$P_r = 0.85\beta_1 .f_{cd} .x.b + A_s .(f_{yd} - 0.85 f_{cd}) - A_s .f_{yd}$$
$$P_r = 0.85 f_{cd} (\beta_1 .x.b - A_s) \qquad (۶-۲۵)$$

که x با استفاده از رابطه تعادل ممان نسبت به محل اثر P_r بدست می‌آید.

$$\sum M_{p_r} = 0$$
$$C_c .\left[e - \frac{h}{2} + \frac{a}{2}\right] + C_s .\left[e - \frac{h}{2} + d'\right] - T_s .\left[\frac{h}{2} - d' + e\right] = 0 \qquad (۶-۲۶)$$

$$0.85\beta_1.f_{cd}.x.b\left(e-\frac{h}{2}+\frac{\beta_1.x}{2}\right)+A_s\left(f_{yd}-0.85f_{cd}\right)\left(e-\frac{h}{2}+d'\right)-A_s.f_{yd}\left(\frac{h}{2}-d'+e\right)=0$$

$$x=d.\left[\frac{1-e'/d}{\beta_1}+\sqrt{\left(\frac{1-e'/d}{\beta_1}\right)^2+\frac{2\rho.\left[(\mu-1)\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}{\beta_1^2}}\right] \qquad (۲۷-۶)$$

$$e'=e+\frac{h}{2}-d' \quad ; \quad \rho=\frac{A_s}{bd} \quad ; \quad \mu=\frac{f_{yd}}{0.85f_{cd}}$$

از مقدار x بدست آمده می توان f_s' را کنترل نمود.

در صورتیکه $f_s'=f_y$ باشد مقدار x را در رابطهٔ P_r جایگزین و P_r به صورت زیر بدست می آید.

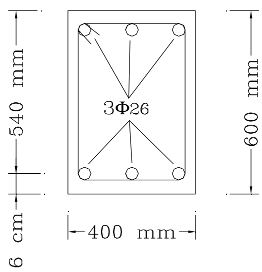
$$P_r=0.85f_{cd}(\beta_1.x.b-A_s)$$
$$P_r=0.85f_{cd}(\beta_1.x.b-\rho.b.d)$$

$$P_r=0.85f_{cd}.b.d\left[-\rho+1-\frac{e'}{d}+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\rho.\left[(\mu-1)\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}\right] \qquad (۲۸-۶)$$

مثال :

مطلوب است تعیین خروج از مرکزیت متعادل e_b و بار محوری متعادل P_{rb} برای مقطع نشان داده شده در تصویر زیر:

$$f_c=20 \quad N/mm^2$$
$$f_y=350 \quad N/mm^2$$
$$A_s=A_s'=1593 \quad mm^2$$



$$P_{rb}=C_c+C_s-T_s$$
$$C_c=0.85f_{cd}.a.b=0.85f_{cd}.\beta_1.x_b.b$$
$$x_b=\frac{600}{f_y+600}.d=\frac{600}{350+600}\times(540)=341\,mm$$
$$C_c=0.85(0.6)(20)(0.85)(341)(400)\times10^{-3}=1183\ KN$$
$$f_s'=600\left(\frac{x_b-d'}{x_b}\right)=600\left(\frac{341-60}{341}\right)=494\ N/mm^2$$

$f_s'>f_y$ پس فولاد فشاری تسلیم شده است.

$$f_s' = f_y = 350\, N/mm^2$$

$$C_s = A_s.(f_{yd} - 0.85 f_{cd}) = 1593 \times [0.85 \times 350 - 0.85(0.6)(20)] \times 10^{-3} = 458\, KN$$

$$T_s = A_s.f_{yd} = 1593(0.85)(350) \times 10^{-3} = 474\, KN$$

$$P_{rb} = C_c + C_s - T_s = 1166\, KN$$

با ممان‌گیری نسبت به مرکز پلاستیک و با معلوم بودن P_{rb}، e_bبدست می‌آید.

$$a = \beta_1.x = 0.85(341) = 290\ mm$$

$$P_{rb}.e_b = C_c.\left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right) + C_s.\left(\frac{h}{2} - d'\right) + T_s.\left(\frac{h}{2} - d'\right)$$

$$1166 \times e_b = 1183 \times (300 - \frac{290}{2}) + 458 \times (300 - 60) + 474 \times (500 - 60)$$

$$e_b = 349\, mm$$

مثال :

مطلوب است تعیین ظرفیت نهایی اسمی P_r برای مقطع نشان داده شده در مثال قبل وقتی خروج از مرکزیت $e = 200\ mm$ باشد.

حل:

با توجه به اینکه $e < e_b$ است مقطع در حالت کنترل فشار بوده و با له شدن بتن، دچار گسیختگی می گردد و فولاد کششی به حد جاری شدن نمی رسد و فولاد فشاری هم باید تعیین شود که جاری شده یا نه!

$$\sum M_{p_r} = 0$$

$$C_c.\left[e - \left(\frac{h}{2} - \frac{0.85x}{2}\right)\right] - C_s.\left(\frac{h}{2} - d' - e\right) - T_s.\left(\frac{h}{2} - d' + e\right) = 0$$

$$C_c = 0.85 \beta_1.f_{cd}.x.b = 0.85(0.85)(0.6)(20)x(400) \times 10^{-3} = 3.468x$$

$$C_s = A_s.(f_{yd} - 0.85 f_{cd}) = 1593 \times [0.85(350) - 0.85(0.6 \times 20)] \times 10^{-3} = 458\ KN$$

$$T = A_s f_{sd} = 1593(0.85)\left[600 \frac{d-x}{x}\right] \times 10^{-3} = \frac{438712 - 812x}{x}$$

با جایگزینی در رابطه بالا:

$$3.47x.(200 - (300 - 0.425x)) - 458(300 - 60 - 200) - \frac{438712 - 812x}{x}(300 - 60 + 200) = 0$$

$$x^3 - 236x^2 + 230585x - 1.31 \times 10^8 = 0$$

$$x = 423\, mm$$

$$C_c = 3.47 \times (423) = 1468\ KN$$

$$f_s' = 600(\frac{x-d'}{x}) = 600(\frac{423-60}{423}) = 515\ KN$$

$$C_s = 458\ KN$$

$$T = \frac{438712 - 812(423)}{423} = 225\ KN$$

$$P_r = 1468 + 458 - 225$$

$$P_r = 1701\ KN$$

با استفاده از رابطه تقریبی ویتنی

$$P_r = \frac{b.h.f_{cd}}{\frac{3h.e}{d^2} + 1.18} + \frac{A_s.\phi_s.f_y}{\frac{e}{d-d'} + 0.5}$$

$$P_r = \frac{400(600)(20)(0.6)}{\frac{3(600)(200)}{(540)^2} + 1.18} + \frac{1593(0.85)(350)}{\frac{200}{540-60} + 0.5}$$

$$P_r = 1709761\ N = 1710\ KN$$

مثال :

بـــرای مقطـــع نـــشان داده شـــده در مثـــال بـــالا تعیـــین کنیـــد ظرفیـــت نهـــایی اســـمی P_r را اگـــر خـــروج از مرکزیـــت $e = 500\ mm$ باشد.

حل:

چون خروج از مرکزیت بیشتر از حالت بالانس است($e > e_b$) مقطع در حالـت کنتـرل کـشش قـرار دارد و گـسیختگی بـا تسلیم فولاد کششی آغاز می گردد ولی تسلیم فولاد فشاری باید کنترل گردد.

$$x = d.\left[\frac{1-e'/d}{\beta_1} + \sqrt{\left(\frac{1-e'/d}{\beta_1}\right)^2 + \frac{2\rho\left[(\mu-1)\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{e}\right]}{\beta_1^2}}\right]$$

$$e' = e + \frac{h}{2} - d' = 500 + 300 - 60 = 740\ mm$$

$$\frac{1-e'/d}{\beta_1} = \frac{1-740/540}{0.85} = -0.436$$

$$\mu = \frac{f_{yd}}{0.85 f_{cd}} = \frac{350(0.85)}{0.85(20)(0.6)} = 29.17$$

$$\rho = \frac{1593}{400(540)} = 0.0074$$

لذا از رابطه بالابرای مقدار x نتیجه می‌شود.

$$x = 227mm$$
$$f_s' = 600\left(\frac{x-d'}{x}\right)$$
$$f_s' = 600\left(\frac{227-60}{227}\right) = 441\,N/mm^2 > 350\,N/mm^2 \quad \Rightarrow \quad f_s' = 350\,N/mm^2$$
$$P_r = 0.85 f_{cd}.(\beta_1.x.b - A_s)\times 10^{-3}$$
$$P_r = 0.85\times 0.6\times 20\times(0.85\times 227\times 400 - 1593)\times 10^{-3} = 771\,KN$$

مثال :

با استفاده از نتایج سه مثال فوق منحنی تغییرات ممان و فشار را ترسیم نمائید.

- به ازاء $e=0$ مقدار $P_r = P_{ro}$ می شود

$$P_{ro} = 0.85 f_{cd}.(Ag - A_{st}) + 2A_s.f_{yd}$$
$$A_g = 400(600) = 240000\,mm^2$$
$$P_{ro} = \left[0.85(0.6\times 20)(240000 - 2\times 1593) + 2(1593)(0.85\times 350)\times 10^{-3}\right]$$
$$P_{ro} = 3363KN$$

- در ناحیه کنترل کشش به ازاء $e=\infty$ (فقط خمشی) $P_r = 0$ و $M_r = M_{ro}$

M_r بر اساس فصل مربوط به خمش برای مقاطع با آرماتور مضاعف تحلیل می‌شود.

$$\rho' = \rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{1593}{400(540)} = 0.0074$$
$$\bar{\rho}_{\max} = \rho_{\max} + \rho'$$

چون $\rho = \rho'$ می‌باشد، مطمئناً $\rho < \bar{\rho}_{\max}$ می‌باشد.

$$\rho_{\max} = 0.6\beta_1.\frac{f_c}{f_y}.\frac{600}{600+f_y} = 0.0184$$
$$\bar{\rho}_{\max} = 0.0184 + 0.0074 = 0.026$$
$$\bar{\rho}_{\min} = \rho' + R\frac{d'}{d}$$

در اینجا نیز چون $\rho = \rho'$ است لذا حتماً $\rho < \bar{\rho}_{\min}$ می‌باشد پس $f_s' < f_y$ می‌باشد و فولاد فشاری تسلیم نشده است.

از رابطه تعادل نیروها:

$$A_s.f_{yd} = 0.85 f_{cd}.(\beta_1.x).b + A_s'.(f_{sd}' - 0.85 f_{cd})$$

$$f'_{sd} = 0.85\left[600\left(\frac{x-d'}{x}\right)\right] = 510\left(\frac{x-60}{x}\right)$$

$$1593(0.85\times 350) = 0.85(0.6\times 20)\times(0.85x)\times(400) + 1593\left[510\left(\frac{x-60}{x}\right) - 0.85\times(0.6\times 20)\right]$$

$$x = 81 \quad mm$$

از رابطه تعادل ممان:

$$M \;= 0.85 f_{cd}.(0.85x).b.\left(d - \frac{0.85x}{2}\right) + A_s.(f'_{sd} - 0.85 f_{cd})(d - d')$$

$$f'_{sd} = (0.85)\left[600\frac{81-60}{81}\right] = 132\ N/mm^2$$

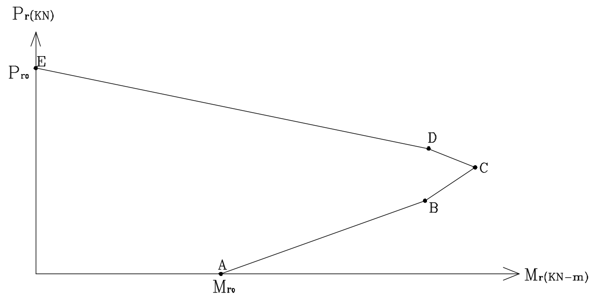
$$M_{ro} = \left\{0.85(0.6\times 20)(0.85\times 81)(400)\left[540 - \frac{0.85\times 81}{2}\right] + 1593[132 - 0.85\times 0.6\times 20]\right.$$

$$\left.[540-60]\right\}\times 10^{-6}$$

$$M_{ro} = 235\ KN.m$$

نتایج ۵ مسئله قبل

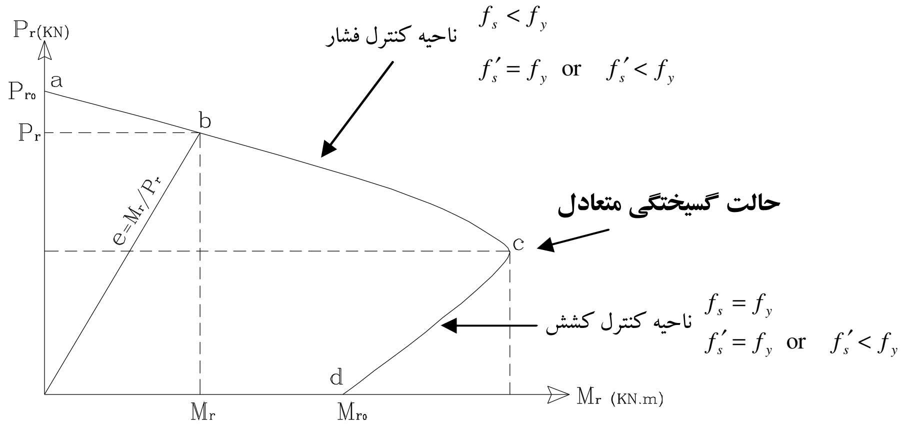
نقطه	P_r (KN)	M_r (KN.m)	e (mm)
A	0	235	$e=\infty$
B	771	771 (0.5) = 386	e=500
C	1166	1166 (0.349) = 407	e=349
D	1701	1701 (0.2) = 340	e=200
E	3363	0	e=0



منحنی فوق موسوم به منحنی اثر متقابل فشار و خمشی (اندرکنش) می‌باشد.
ناحیه بین C تا E منطقه کنترل فشار، منطقه بین A تا C منطقه کنترل کشش و نقطه C نشان دهنده حالت گسیختگی متعادل می باشد.

منحنی اثر متقابل فشار و خمش

منحنی که به روش ذکر شده در بالا ترسیم گردید منحنی اندرکنش نیروی محوری و ممان خمشی نامیده می شود. این منحنی با توجه به مشخصات مکانیکی و مقطع یک ستون تعریف می گردد و به ازای هر تغییری در مشخصات فوق منحنی تغییر می کند.



شکل ۶–۹: منحنی اثر متقابل فشار و خمش

نکته۱: هر نقطه‌ای روی منحنی بیانگر ترکیب نیروی محوری (P_r) و ممان خمشی (M_r) می‌باشد.

نکته۲: ناحیه ac مربوط به خروج از مرکزیت کوچک است که گسیختگی با شکستن بتن ناحیه فشاری آغاز می‌گردد. ناحیه کنترل فشار.

نکته۳: ناحیه cd مربوط به خروج از مرکزیت بزرگ است که گسیختگی با تسلیم شدن فولاد کششی بوجود می‌آید. ناحیه کنترل کشش.

نکته٤: نقطه c حالت گسیختگی متعادل است یعنی کرنش نهائی فشاری در بتن و کرنش تسلیم در فولاد کششی بطور همزمان رخ می‌دهد.

آنالیز و طراحی ستونها با استفاده از نمودارهای اثر متقابل فشار خمش

برای آنالیز و طراحی ستونها به جای استفاده از روش مستقیم که کمی زمانگیر است می توان از روش تقریبی نمودارهای اندرکنش استفاده کرد. در این روش از نمودارهای اندرکنشی که قبلاً بدست آمده و ترسیم شده اند استفاده می گردد. تنها در هنگام استفاده از این نمودارها باید به نکات زیر توجه گردد.

نکته۱: نمودارها برای مقاطع زیر در دسترس می باشند

۱. ستون مستطیل شکل با فولاد گذاری در دوطرف
۲. ستون مستطیل شکل با فولاد گذاری در چهار طرف
۳. ستون دایره‌ای شکل

نکته۲: نمودارها وابسته به واحد نمی‌باشند.

نکته۳: نمودارها برای مقادیر $f_y \leq 420 \quad N/mm^2$ **و** $f_c \leq 28 \quad N/mm^2$ **ترسیم شده اند.**

نکته٤: هر نمودار دارای یک سری منحنی است که هرمنحنی مربوط به یک μρ می‌باشد.

$$\mu = \frac{f_{yd}}{0.85 f_{cd}} \qquad (۲۹-٦) \qquad \rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$

μ: نسبت تنش کاهش یافته فولاد نسبت به بتن

A_{st}: **سطح** مقطع کل میلگردها

A_g: **سطح** مقطع کل

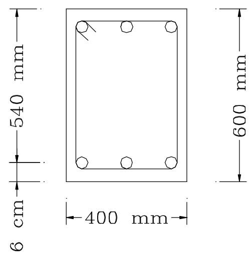
نکته٥: نمودارها بر حسب P_r **و** M_r **ترسیم شده‌اند. بطوری که محور** x **ها نشان دهنده** $\frac{M_r}{f_{cd} bh^2}$ **و محور** y **ها نمایانگر** $\frac{P_r}{f_{cd} bh}$ **هستند.**

نکته٦: در ناحیه کنترل فشار (خروج از مرکزیت کوچک) باید

$$P_r < P_{r\ \max}$$
$$P_{r\ \max} = 0.8 P_{r\circ}$$
$$P_{r\circ} = 0.85\phi_c . f_c .(A_g - A_{st}) + \phi_s . f_y . A_{st}$$

مثال :

ظرفیت محوری ستونی با مقطع زیر را بدست آورید **(آنالیز مقطع).**



$$6\overline{\Phi}26$$
$$A_{st} = 2(1593) = 3186 mm^2$$
$$f_c = 20 N/mm^2$$
$$f_y = 350 N/mm^2$$
$$e = 200 mm$$
$$P_r = ?$$

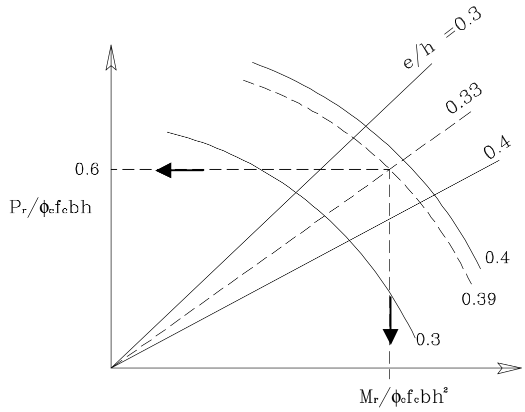
حل:

$$\frac{e}{h} = \frac{200}{600} = 0.33$$
$$\gamma = \frac{h - 2d'}{h} = \frac{600 - 2(60)}{600} = 0.8$$
$$\rho = \frac{A_{st}}{bh} = \frac{3186}{400(600)} = 0.0133$$

$$\mu = \frac{\phi_s . f_y}{0.85\phi_c . f_c} = \frac{f_y}{\phi_c . f_c} = \frac{350}{0.6(20)} = 29.2$$

$$\mu\rho = 29.2(0.0133) = 0.39$$

با استفاده از نمودار مربوط به مقاطع مستطیلی با آرماتورگذاری دو طرف و $\gamma = 0.8$



$$\frac{P_r}{\phi_c . f_c . b.h} = 0.6$$

$$P_r = 0.6(0.6)(20)(400)(600) \times 10^{-3}$$

$$P_r = 1728KN$$

مثال :

مطلوبست طراحی میلگردهای یک ستون با مقطع مربع به ابعاد 500mm×500mm **(طراحی مقطع).**

$$P_u = 3000\ KN$$

$$M_u = 450\ KN.m$$

$$f_c = 28\ N/mm^2$$

$$f_y = 400\ N/mm^2$$

$$d' = 60\ mm$$

حل:

$$\frac{P_u}{\phi_c f_c bh} = \frac{3000 \times 10^3}{0.6(28)(500)(500)} = 0.71$$

$$\frac{M_u}{\phi_c f_c bh^2} = \frac{450 \times 10^6}{0.6(28)(500)^3} = 0.21$$

$$\gamma = \frac{h - 2d'}{h} = \frac{500 - 2(60)}{500} = 0.76$$

با درون یابی به ازای $\gamma = 0.76$ مقدار $\mu.\rho$ بدست می آید.

$$\mu\rho = 0.59 \leftarrow \gamma = 0.7$$

$$\mu\rho = 0.52 \leftarrow \gamma = 0.8$$

$$\frac{0.8-0.7}{0.8-0.76}=\frac{0.52-0.59}{0.52-\mu\rho}$$

$$\mu\rho=0.548$$

$$\mu=\frac{\phi_s \cdot f_y}{0.85\,\phi_c \cdot f_c}=\frac{f_y}{\phi_c \cdot f_c}=\frac{400}{0.6(28)}=23.81$$

$$\rho=\frac{0.548}{23.81}=0.023$$

$$A_s=0.5(0.023)(500)^2=2877\ mm^2$$

سطح مقطع فولاد لازم در هر طرف $5\overline{\Phi}28$ ،کل فولاد لازم $10\overline{\Phi}28$: $A_s=6160\ mm^2$

$$\rho=\frac{A_{st}}{b.h}=\frac{6160}{500\times500}=2.46\,\%$$

طراحی تنگ :

قطر تنگ $\frac{1}{3}(28)=9.33$

از تنگ 10mm استفاده می شود.

فاصله تنگها

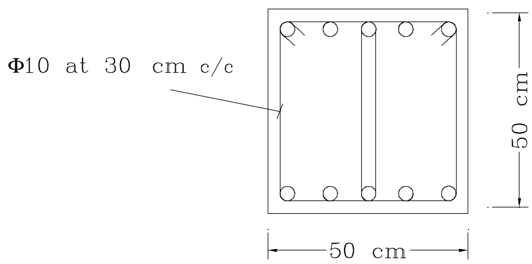
$16\times28=448\ mm$

$48\times10=480\ mm$

$500\ mm$

$300\ mm$

تنگها در فاصله 30cm قرار می گیرند.



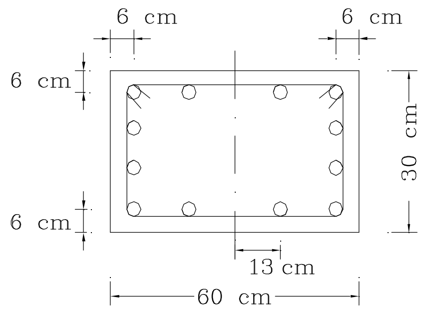
آنالیز و طراحی ستونها با توزیع آرماتور در محیط مقطع مستطیل شکل

روش آنالیز و طراحی این نوع مقاطع شبیه مقاطع مستطیل با آرماتورگذاری در دو طرف با استفاده از دیاگرام توزیع خطی کرنش و روابط تعادل است و چون در عمل کاربرد فراوانی دارد برای سادگی می توان از نمودارهای اندرکنش استفاده نمود (نمودار اثر متقابل فشار و خمش).

مثال :

مطلوبست مقاومت فشاری اسمی ستونی با مشخصات نشان داده شده در شکل زیر .

$$A_{st}=12\overline{\Phi}20$$
$$f_y=400\ N/mm^2$$
$$f_c=30\ N/mm^2$$
$$e=130\ mm$$



در نمودارهای ارائه شده میلگردها از یک قطر تشکیل شده و تعداد میلگردها در کلیه وجوه مساوی می باشند مثلاً استفاده از ۴ میلگرد و یک میلگرد در هر گوشه

۸ میلگرد (یک میلگرد اضافی در هر وجه)

۱۲ میلگرد (۲ میلگرد اضافی در هر وجه)

بطور کلی ضریبی از ۴ میلگرد در مقطع استفاده می گردد که باید بطور متقارن توزیع گردد.

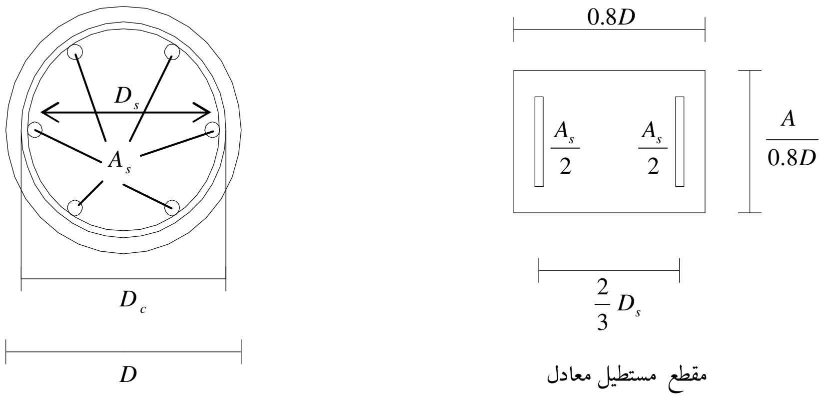
$$\frac{e}{h}=\frac{130}{600}=0.22$$
$$\gamma=\frac{h-2d'}{h}=0.8$$
$$\mu=\frac{f_y}{\phi_c.f_c}=\frac{400}{0.6(30)}=22.22$$
$$A_{st}=3768\ mm^2 \qquad \rho=0.0209$$
$$\mu\rho=0.46$$

با استفاده از نمودار مقطع مستطیلی با آرماتورگذاری چهار طرفه و $\gamma=0.8$ نتیجه می شود:

$$\frac{P_r}{\phi_c.f_c.b.h}=0.72$$
$$P_r=0.72(0.6)(30)(300)(600)\times10^{-3}=2333\ KN$$

آنالیز و طراحی ستونها با مقاطع دایره ای شکل

بررسی مقاطع دایره ای شکل مشابه مقاطع مستطیل شکل با استفاده از دیاگرام توزیع خطی کرنش و روابط تعادل ایستایی امکان پذیر است. لیکن از آنجایی که فاصله میلگردها از تار خنثی غیر یکسان و سطح مقطع بتن فشاری و تعیین مرکز سطح آن بسیار پیچیده و پرکار می باشد لذا می توان از یک روش تقریبی که توسط ویتنی پیشنهاد شده استفاده نمود. در این روش بجای استفاده از مقطع دایره ای داده شده می توان از یک مقطع مستطیلی معادل که ارتفاع کل مقطع مستطیلی معادل، در جهت خمش، $0.8D$ (D قطر ستون دایره ای) و میلگردهای هر طرف ستون مستطیل معادل، نصف کل میلگردهای ستون دایره ای و فاصله میلگردهای دو طرف از یکدیگر $\frac{2}{3}D_s$ است در نظر گرفته شود.



شکل ۶– ۱۰: تبدیل مقطع دایره ای به مستطیلی معادل

D_c: قطر هسته مرکزی (پشت به پشت دور پیچ – بیرون به بیرون دور پیچ)

مثال :

یک ستون دایره ای به قطر 500 mm برای شرایط زیر طراحی نمائید. قطر و فاصله دور پیچها را نیز تعیین نمائید.

$$f_c = 25\,N/mm^2$$
$$f_y = 400\,N/mm^2$$
$$d' = 60mm$$

$$P_u = 2500\ \ KN$$
$$M_u = 250\ \ KN.m$$

$$\gamma = \frac{D-2d'}{D} = \frac{500-120}{500} = 0.76$$

$$\frac{P_u}{\phi_c f_c D^2} = \frac{2500\times 10^3}{0.6(25)(500)^2} = 0.67$$

$$\frac{M_u}{\phi_c f_c D^3} = \frac{250\times 10^6}{0.6(25)(500)^3} = 0.13$$

ار نمودارهای مربوط به $\gamma = 0.7$ و $\gamma = 0.8$ نتیجه می شود که:

$\gamma = 0.7 \Rightarrow \mu\rho = 0.88$

$\gamma = 0.8 \Rightarrow \mu\rho = 0.77$

با استفاده از درونیابی خطی

$\gamma = 0.76 \Rightarrow \mu\rho = 0.81$

$$\mu = \frac{f_y}{\phi_c . f_c} = \frac{400}{0.6(25)} = 26.67$$

لذا:

$\rho = 0.030$

$$A_s = \frac{\pi}{4}(500)^2(0.03) = 5963 \ mm^2$$

$use \qquad 10\bar{\phi}28 \qquad (A_s = 6160 \ mm^2)$

انتخاب میلگرد دور پیچ

$\frac{28}{3} = 9.33 \Leftarrow \bar{\phi}10$ قطر میلگرد دور پیچ

$\rho_s =$ حداقل نسبت میلگرد دور پیچ

$$\rho_s = 0.45(\frac{A_g}{A_c} - 1)\frac{f_c}{f_y}$$

$$A_g = \frac{\pi}{4}(500)^2 = 196350 \quad mm^2$$

$A_c =$ سطح مقطع بتن در هسته مرکزی

$$A_c = \frac{\pi}{4}D_c^{\ 2} = \frac{\pi}{4}\left[500 - 2(60) + 2(14) + 2(10)\right]^2$$

$$A_c = 143872 \ mm^2$$

$$\rho_s = 0.45(\frac{196350}{143872} - 1)\frac{25}{400}$$

$$\rho_s = 0.0103$$

$$\rho_s = \frac{4A_{sp}}{SD_c} \qquad , A_{sp} = \frac{\pi \times 10^2}{4} = 78.54 \ \ mm^2$$

$$S = \frac{4A_{sp}}{\rho_s . D_c} = \frac{4(78.54)}{0.0103(428)} = 71.3 \ \ mm$$

$$25 \ mm < S = 71.3 < 75 \ mm$$

دور پیچ با گام 170 mm استفاده می گردد.

$$P_{r\ \max} = 0.8\left[0.85\phi_c f_c (A_g - A_{st}) + \phi_s (f_y) A_{st}\right] \times 10^{-3}$$

$$= 0.8\left[0.85(0.6)(25)(196350 - 6160) + 0.85(400)(6160)\right] \times 10^{-3}$$

$$P_{\mathrm{r}\ \max} = 3615 \ \ KN > P_u = 2500 \ \ KN$$

تخمین ابعاد مقطع ستون

برای تخمین ابعاد اولیه ستون می توان چنین فرض کرد که ستون تحت اثر نیروی محوری خالص قرار دارد و با استفاده از روابط نیروی محوری خالص ابعاد را حدس زد.

$$P_u = 0.8\left[0.85\phi_c.f_c.(A_g - A_{st}) + \phi_s.f_y.A_{st}\right]$$
$$P_u = 0.8\left[0.85\phi_c.f_c.A_g + 0.85f_y.A_g.\frac{A_{st}}{A_g}\right]$$
$$P_u = 0.8\left[0.85\phi_c.f_c.A_g + 0.85f_y.A_g.\rho_{st}\right]$$
$$P_u = 0.8\left[0.85A_g(\phi_c.f_c + f_y.\rho_{st})\right]$$
$$P_u = 0.68A_g\left(\phi_c.f_c + f_y.\rho_{st}\right)$$
$$A_g \geq \frac{1.5P_u}{\phi_c.f_c + f_y.\rho_{st}} \qquad (۳۰-۶)$$

خمش دو محوره

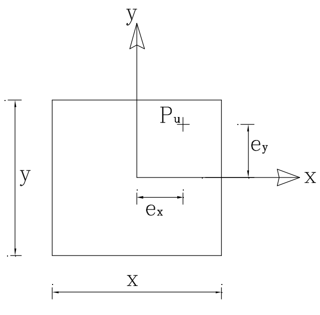
برای مقاطع دایره ای با توجه به شکل دایره می توان برآیند ممان ها را در نظر گرفته و ستون را تحت نیروی محوری و ممان خمشی تک محوره طراحی نمود.

$$M_R = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \qquad (۳۱-۶)$$

برای مقاطع مستطیل شکل دو روش برای طراحی متداول می باشد.

روش اول:

خروج از مرکزیت تک محوری معادل: خروج از مرکزیت های دو محوره e_x و e_y می تواند با یک خروج از مرکزیت معادل، جایگزین شود و ستون برای حالت بار محوری توام با ممان خمشی تک محوره طراحی شود.



$$M_{ux} = P_u.e_y \qquad (۳۲-۶)$$
$$M_{uy} = P_u.e_x \qquad (۳۳-۶)$$

- اگر $\frac{e_x}{x} \geq \frac{e_y}{y}$ باشد، ستون برای P_u و $M_{u\,eq_y} = P_u.e_{eq\,x}$ طراحی می شود.

$$e_{eq_x} = e_x + \frac{\alpha.e_y}{y}.x \qquad (۳۴-۶)$$

- اگر $\frac{e_y}{y} \geq \frac{e_x}{x}$ باشد، ستون برای P_u و $M_{u\,eq_x} = P_u.e_{eq_y}$ طراحی می شود.

$$e_{eq_y} = e_y + \frac{\alpha.e_x}{x}.y \qquad (۳۵-۶)$$

برای شرایطی که $\frac{P_u}{f_c.A_g} \le 0.4$ باشد:

$$\alpha = \left(0.5 + \frac{P_u}{f_c.A_g}\right)\frac{f_y + 275}{690} \ge 0.6 \qquad (۶-۳۶)$$

و اگر $\frac{P_u}{f_c.A_g} > 0.4$ باشد:

$$\alpha = \left(1.3 - \frac{P_u}{f_c.A_g}\right)\frac{f_y + 275}{690} \ge 0.5 \qquad (۶-۳۷)$$

نکته: محدودیت روش فوق این است که ستونها باید نسبت به دو محور متقارن باشد و $0.5 \le \frac{x}{y} \le 2$ و همچنین فولادگذاری در چهار وجه مقطع باشد.

روش دوم :
روش برسلر

$$\frac{1}{P_r} = \frac{1}{P_{rx}} + \frac{1}{P_{ry}} - \frac{1}{P_{r_\circ}} \qquad (۶-۳۸)$$

P_r: ظرفیت محوری نهائی برای خمش دو محوره
P_{r_x}: ظرفیت محوری نهائی برای شرایط صرفاً با خروج از مرکزیت e_x
P_{r_y}: ظرفیت محوری نهائی برای شرایط صرفاً با خروج از مرکزیت e_y
$P_{r_\circ}$: ظرفیت محوری نهائی برای شرایط $e_x = e_y = 0$

مثال :
مطلوبست طراحی یک ستون مربع شکل به منظور تحمل بار و ممانهای ضریبدار نشان داده شده در زیر

$$P_u = 1602\ KN \qquad f_c = 21\ N/mm^2$$
$$M_{u_x} = 97\ KN.m \qquad f_y = 414\ N/mm^2$$
$$M_{u_y} = 111\ KN.m \qquad d' = 60\ mm$$

گام اول: تخمین ابعاد

$$A_g = \frac{1.5 P_u}{\phi_c.f_c + f_y.\rho_{st}}$$
$$\rho_{st} = 1.5\% = 0.015$$
$$A_g = \frac{1.5(1602 \times 10^3)}{0.6(21) + 414(0.015)} = 127751 \quad mm^2$$
$$h = b = \sqrt{127751} = 357 \quad mm$$
$$use \qquad 400^{mm} \times 400^{mm}$$

گام دوم: تعیین مقدار فولاد

$$e_x = \frac{M_{uy}}{P_u} = \frac{111 \times 10^3}{1602} = 69.3\ mm$$

$$e_y = \frac{M_{ux}}{P_u} = \frac{97 \times 10^3}{1602} = 60.5\ mm$$

$$\frac{e_x}{x} = \frac{69.3}{400} > \frac{e_y}{y} = \frac{60.5}{400}$$

$$\frac{P_u}{f_c A_g} = \frac{1602 \times 10^3}{21(160000)} = 0.477 > 0.4$$

$$\alpha = (1.3 - \frac{P_u}{f_c A_g})\frac{f_y + 275}{690} \geq 0.5$$

$$\alpha = (1.3 - 0.477)\frac{414 + 275}{690} = 0.822 > 0.5$$

$$e_{eq_x} = e_x + \frac{\alpha . e_y}{y}.x$$

$$e_{eq_x} = 69.3 + \frac{0.822(60.5)}{400}(400) = 119\ mm$$

$$M_{ueq_y} = P_u . e_{eq_x} = 1602(0.119) = 190.6\ KN.m$$

$$\gamma = \frac{h - 2d'}{h} = \frac{400 - 2(60)}{400} = 0.7$$

$$\frac{P_r}{\phi_c . f_c . b.h} = \frac{1602 \times 10^3}{0.6(21)400 \times 400} = 0.795$$

$$\frac{M_r}{\phi_c . f_c . b.h^2} = \frac{190.6 \times 10^6}{0.6(21)(400)^3} = 0.236$$

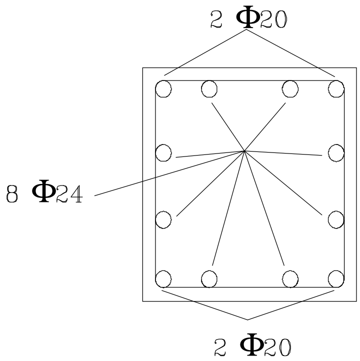
$$\mu\rho = 1.0$$

$$\mu = \frac{f_y}{\phi_c . f_c} = 32.86$$

$$\rho = 0.03$$

$$A_{st} = \rho . A_g = 0.03(400)^2 = 4800\ mm^2$$

$$use \quad 4\overline{\Phi}20 + 8\Phi 24 \quad : A_s = 4880 mm^2$$



کنترل به روش برسلر

۱- تعیین P_{r_x}

$$\frac{e_x}{h} = \frac{69.3}{400} = 0.17$$
$$\mu\rho = ?$$
$$\rho = \frac{4880}{400^2} = 0.031$$
$$\mu\rho = 32.86(0.031) = 1.0$$
$$\gamma = \frac{h - 2d'}{h} = \frac{400 - 2(60)}{400} = 0.7$$
$$\frac{P_{r_x}}{\phi_c f_c bh} = 1.052$$
$$P_{r_x} = 2121 \ KN$$

۲- تعیین P_{r_y}

$$P_{r_y} = ?$$
$$\frac{e_y}{h} = \frac{60.5}{400} = 0.15$$
$$\mu\rho = 1.0$$
$$\gamma = \frac{h - 2d'}{h} = \frac{400 - 2(60)}{400} = 0.7$$
$$\frac{P_{r_y}}{\phi_c . f_c . b.h} = 1.13$$
$$P_{r_y} = 2278 \ KN$$

۳- تعیین P_{r_o}

$$P_{r_\circ} = 0.8\left[0.85(0.6)(21)(16\times10^4 - 4880) + 0.85(414)4880\right]\times10^{-3}$$
$$P_{r_\circ} = 3379 KN$$

۴- تعیین P_r

$$\frac{1}{P_r} = \frac{1}{P_{r_x}} + \frac{1}{P_{r_y}} - \frac{1}{P_{r_\circ}}$$
$$\frac{1}{P_r} = \frac{1}{2121} + \frac{1}{2278} - \frac{1}{3379}$$
$$P_r = 1627 \ KN > P_u = 1602 \ KN$$